

球関数による 3 自由度回転物体画像系列の展開と 画像補間・姿勢推定への応用

玉木 徹[†] 天野 敏之^{††} 金田 和文[†]

[†] 広島大学大学院工学研究科情報工学専攻

^{††} 奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科

Expanding images of an object under 3DOF rotation with spherical functions and its applications to image interpolation and pose estimation

Toru TAMAKI[†], Toshiyuki AMANO^{††}, and Kazufumi KANEDA[†]

[†] Department of Information Engineering, Graduate School of Engineering, Hiroshima University

^{††} Graduate School of Information Science, Nara Institute of Science and Technology

E-mail: [†]{tamaki, kin}@hiroshima-u.ac.jp, ^{††}amano@is.naist.jp

Abstract We describe the expansion of images with spherical functions, an orthonormal basis on $SO(3)$, and show reconstruction, interpolation of images and discuss on pose estimation.

1 自由度回転する物体の画像系列 $\{x_{\theta_1}, x_{\theta_2}, \dots, x_{\theta_n}\}$, $(\theta_i \in [0, 2\pi), x_i \in \mathbb{R}^N)$ は、一周するとまた元に戻る。つまり $x_{\theta} = x_{\theta+2n\pi}$, $(n \in \mathbb{Z})$ である。これは、画像の j 番目の画素 $\{x_{\theta_1,j}, x_{\theta_2,j}, \dots, x_{\theta_n,j}\}$ についても同様であるので、各画素は周期 2π の周期関数である、といえる。したがって、各画素について（離散）フーリエ変換を施すことができる。これを利用して、我々は画像列の補間や、画像の姿勢推定手法を提案した [1]。

本論文では、上記の考え方を 3 自由度回転する物体の画像系列に拡張する。つまり、ある姿勢 $R \in SO(3)$ と対応する画像 x_R が与えられた時、画像の各画素についての球関数による展開を与える。また、それを利用した画像列の補間や、画像の姿勢推定について議論する。

$SO(3)$ 上の正規直交関数系：球関数 [2]

n 次元球面 S^n 上の C^∞ 級連続な正規直交関数系 $Y_{\ell_1, \dots, \ell_n}$ は、球関数と呼ばれる。 $n = 1$ の球関数は複素フーリエ基底、 $n = 2$ の球関数は球面調和関数として知られている。 $\ell_1 \in 2\mathbb{Z}, \ell_2, \ell_3 \in \mathbb{Z}, \ell_1 \geq \ell_2 \geq |\ell_3|$ に対して、 $SO(3)$ 上の球関数 $Y_{\ell_1, \ell_2, \ell_3}$ は、以下で与えられる。

$$Y_{\ell_1, \ell_2, \ell_3}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = \sqrt{b_{\ell_1, \ell_2, \ell_3}} C_{\ell_1}^{1, \ell_2}(\cos \theta_1) P_{\ell_2}^{\ell_3}(\cos \theta_2) e^{-\ell_3 \theta_3 i}, \quad 0 \leq \theta_1 \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \theta_2 \leq \pi, 0 \leq \theta_3 < 2\pi$$

ここで $C_{\ell_1}^{1, \ell_2}$ は Gegenbauer 陪関数、 $P_{\ell_2}^{\ell_3}$ は Legendre 陪関数、 $b_{\ell_1, \ell_2, \ell_3}$ は係数である。この球関数は、 3×3 回転行列 $R \in SO(3)$ を引数にとる関数 $f : SO(3) \rightarrow \mathbb{R}$ を以下のように展開する。

$$\begin{aligned} f(R(\theta_1, \theta_2, \theta_3)) &\cong \sum_{\ell_1=0, \ell_1 \in 2\mathbb{Z}}^{\infty} \sum_{\ell_2=0}^{\ell_1} \sum_{\ell_3=-\ell_1}^{\ell_1} a_{\ell_1, \ell_2, \ell_3} Y_{\ell_1, \ell_2, \ell_3} \\ &= a_{0,0,0} Y_{0,0,0} + \sum_{\ell_2=0}^2 \sum_{\ell_3=-2}^2 a_{2, \ell_2, \ell_3} Y_{2, \ell_2, \ell_3} + \sum_{\ell_2=0}^4 \sum_{\ell_3=-4}^4 a_{4, \ell_2, \ell_3} Y_{4, \ell_2, \ell_3} + \dots \end{aligned}$$

本論文では、3 自由度の姿勢変化をうける物体の画像系列を球関数で展開する具体的な実装方法を示す。また、姿勢と姿勢を補間する画像の生成方法を示し、実画像系列に適用した結果を示す。

文 献

- [1] Toru Tamaki, Toshiyuki Amano, and Kazufumi Kaneda. The secret of rotating object images —using cyclic permutation for view-based pose estimation—. *Proc. of Subspace2007*, pp. 24–31, 2007. .
- [2] 玉木徹, 天野敏之, 金田和文. 球関数による姿勢表現と姿勢推定. *MIRU2008*, 2008. in print.